B. Schrimpe, GS/N-B

# HINWEISE ZUM ENTWURF VON DIGITALEN SCHALTWERKEN BEI DER LÖSUNG VON OPTIMIERUNGSAUFGABEN MIT DEM ANALOGRECHNER

Zusammenfassung:

Ausgehend von dem in /1/ entwickelten Flußdiagramm zur automatischen Suche eines Parabelminimums, wird zur Lösung des Problems mit Tischrechnern eine Möglichkeit des Entwurfs des digitalen Schaltwerks am Digitalzusatz DEX 102 (bzw. DEX 100) angegeben.

Zur Minimisierung des Logikaufwands wird die grafische Vereinfachung im Karnaugh-Veitch Diagramm benutzt.

---

/1/ P. WIESENTHAL
„Die Lösung von Optimierungsaufgaben mit dem hybriden Gleichspannungsanalogrechner"
AEG-Telefunken
Sonderdruck AH 570
"elektronische datenverarbeitung"
Heft 1, Jahrgang 8 (1966)
Seite 16 - 23

## 3. Ein Beispiel

Ein einfaches Beispiel möge das Zusammenspiel von Analog- und Digitalteil bei der automatischen Optimierung eines einparametrigen Objektes erläutern.

### 3.1 Beschreibung des Optimierungsverfahrens

Die Objektfunktion ist eine Parabel

$$Q(x) = -\frac{1}{2}(ax^2 + bx - c) \qquad a, c > 0$$

$$H(x) = |x| - 1 \leq 0 \quad .$$

Es gilt, das Maximum der Parabel zu finden. Die Aufgabe wird durch iteratives Rechnen gelöst. Während des normalen Taktes wird x um den Betrag $\Delta x$ verändert. Im komplementären Takt wird das neu errechnete $Q(x + \Delta x)$ bzw. $Q(x - \Delta x)$ mit dem einen Iterationszyklus früher berechneten Wert $Q(x)$ durch einen Komparator-Verstärker verglichen (siehe Bild 11). Die Boolesche Variable am Ausgang des Komparator-Verstärkers sei mit B bezeichnet. B ist gleich 1, wenn $Q(x \pm \Delta x)$ größer ist als $Q(x)$ und gleich 0 sonst. Im Falle $B = 1$ hat sich also das Objekt verbessert.

Anhand des Flußdiagrammes (Bild 8) läßt sich verfolgen, nach welchen Regeln x verändert wird. Für die Variation stehen zwei feste Schrittweiten $S_1$ und $S_2 = \frac{S_1}{10}$ zur Verfügung. Zu Beginn des Optimierungsprozesses steht der Rechner in Stellung Pause und x hat den Wert $x = x_0$. Nach dem Start der Rechnung wird x zunächst um den Betrag $\Delta x = S_1$ erniedrigt. Dies wird durch den Ausdruck

$$x := x_0 - \Delta x$$

im Flußdiagramm angedeutet. Das Zeichen := ist zu lesen als: "ersetze durch". Falls diese erste Änderung bereits erfolgreich war (B = 1) wird x auch weiterhin um $\Delta x$ erniedrigt, bis schließlich B gleich 0 wird, d.h. bis das Maximum der Parabel überschritten ist. Dann muß der letzte Schritt rückgängig gemacht werden, d.h. x ist um den Betrag $\Delta x$ zu erhöhen.

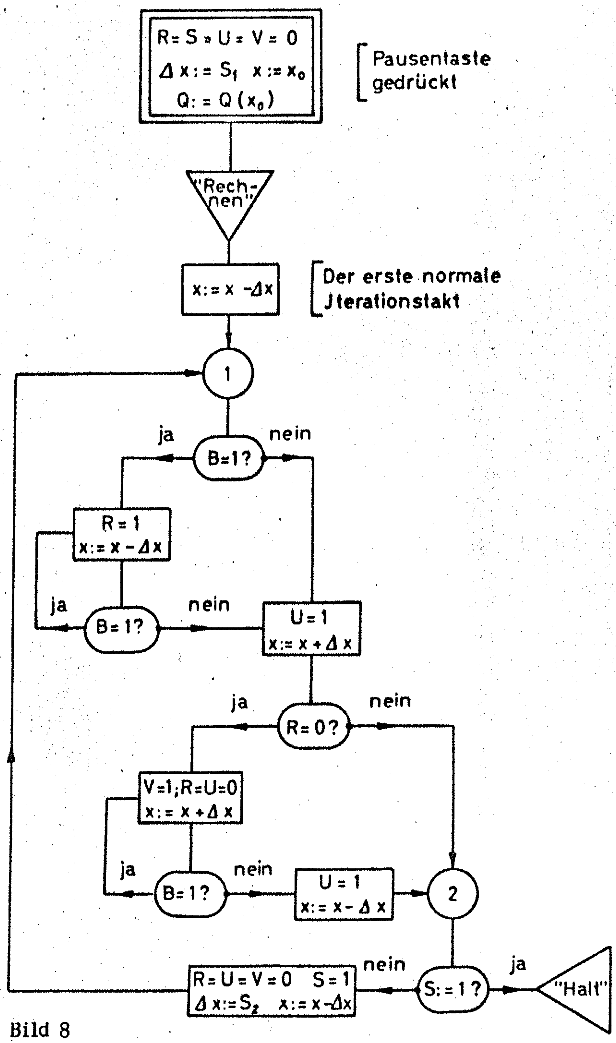



Bild 8
Flußdiagramm des Optimierungsverfahrens

Es kann aber auch sein, daß $x_0$ auf der anderen Seite des Maximums der Parabel liegt. Dann muß $x_0$ nicht erniedrigt, sondern erhöht werden und es wird nach der ersten Operation

$$x := x_0 - \Delta x$$

B gleich Null sein, weil $Q(x_0 - \Delta x)$ kleiner ist als $Q(x_0)$ In diesem Falle wird die erste Operation wieder rückgängig gemacht und anschließend x laufend um $\Delta x$ erhöht, bis schließlich $Q(x + \Delta x)$ kleiner ist als $Q(x)$, und das Maximum der Parabel überschritten ist. Nachdem die letzte Änderung wieder aufgehoben ist, hat man offenbar einen Zustand erreicht, in dem das Objekt nicht mehr durch Variation von x mit der großen Schrittweite $S_1$ verbessert werden kann. Im Flußdiagramm ist nun der Konnektor ② erreicht und es gilt

$$|x - x_M| \leq S_1 \quad (x_M = \text{x-Wert des Maximums}).$$

Bild 9 zeigt noch einmal den bisherigen Verlauf der Optimierung für die beiden Fälle $x_0 < x_M$ und $x_0 > x_M$. Anschließend wird nun das Verfahren mit der kleineren Schrittweite $S_2$ wiederholt. Wenn der Konnektor ② im Flußdiagramm auf diese Weise zum zweiten Mal erreicht wird, ist das Maximum der Parabel bis auf den Fehler

$$\varepsilon = |x - x_M| \leq S_2$$

gefunden und der Optimierungsprozeß beendet.

Zunächst werden, ausgehend vom Flußdiagramm, alle vorkommenden Zustände des Digitalschaltwerks numeriert (Bild 1). Die Übergänge zwischen den einzelnen Zuständen werden in Abhängigkeit von der Steuergröße B in einem Übergangsdiagramm dargestellt, dem man dann auch die Ausgangssignale des Schaltwerks, nämlich Steuerung des Vorzeichens und der Schrittweise der Parameteränderung, sowie die Haltsteuerung entnehmen kann (Bild 2).

Aus dem Übergangsdiagramm gewinnt man die Übergangsgleichungen für die Flip-Flops am besten durch Gegenüberstellung der Zustände vor und nach dem Eintreffen des Takts in Form einer Tabelle (Bild 3). Darin bedeuten "x" beliebige Zustände 1 oder 0 einer Variablen. Von den $2^5 = 32$ möglichen Zuständen, die die Variablen B, R,S,U,V beschreiben können, werden hier nur 20 ausgenutzt; die restlichen 12 (am unteren Ende der Tabelle) sind redundant und können zur Vereinfachung des Aufbaus der Logik herangezogen werden.

Um das Schaltwerk mit den Flip-Flops des DEX 102 (DEX 100) zu realisieren, wird deren Übergangsverhalten untersucht:

| R | S | $X^+$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | X |
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | $\overline{X}$ |

$X^+$ = Zustand nach dem Takt

R = Stat. Steuereingang für Rücksetzen

S = Stat. Steuereingang für Setzen

Dies kann durch die Gleichung

$$X^{+} = S \cdot \overline{X} + \overline{R} \cdot X \qquad (1)$$

ebenfalls beschrieben werden. Bei der Vereinfachung der Übergangsgleichungen wird man also den Ausdruck für $X^{+}$ als disjunktive Verknüpfung von 2 Konjunktionen in Form der Gleichung (2)

$$X_n^{+} = \overline{X}_n \cdot f_1 \left(X_1, X_2, \ldots X_{n-1}\right) + X \cdot f_2 \left(X_1, X_2, \ldots X_{n-1}\right) \qquad (2)$$

$f_{1,\ 2}$ = Boole' sche Funktionen

darzustellen versuchen. Durch Koeffizientenvergleich mit Gleichung (1) erhält man dann sofort die an die Steuergänge R und S zu schaltenden logischen Verknüpfungen der Variablen

$$S_{X_n} = f_1 \ (X_1, X_2, X_{n-1}) \qquad (3)$$

$$R_{X_n} = \overline{f_2 \ (X_1, X_2, \ldots X_{n-1})} \qquad (4)$$

Die Vereinfachung der Boole' schen Funktionen $f_1$ und $f_2$ soll auf grafischem Wege im Karnaugh-Veitch (KV)-Diagramm erfolgen. Dazu wird für jede Variable ein KV-Diagramm gezeichnet. Es wird dann überall dort eine logische 1 eingetragen, wo die Variable lt. Tabelle nach dem Takt den Wert 1 annehmen soll. Die grafische Vereinfachung wird so durchgeführt, daß eine Gleichung von der Form der Gleichung (2) entsteht.

Zur Vereinfachung des Eintragens in das Diagramm wird das 32er-Feld für die 5 Variablen B, R, S, U, V in zwei 16er-Felder aufgeteilt, dessen oberes durch B bestimmt wird, das untere durch $\overline{B}$.

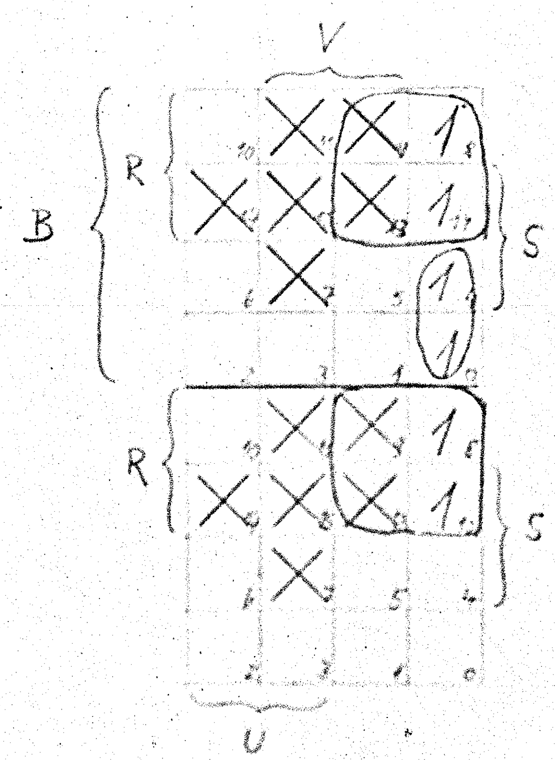
Den übrigen 4 Variablen R, S, U, V werden (in der Tabelle) in dieser Reihenfolge Gewichte 8, 4, 2, 1 zugeordnet, so daß jeder Zustand durch eine Dezimalzahl 0 ... 15 bezeichnet und in die Felder des KV-Diagramms eingetragen werden kann.

Für alle KV-Diagramme gilt, daß in die Felder mit den Nummern (7), (9), (13), (11), (14) und (15) das Zeichen X (beliebiger Wert 1 oder 0) eingetragen werden kann, entsprechend den 12 redundanten Zuständen.

Für die Variable R erhält man somit folgende Gleichung:

$$R^{+} = B \cdot (0) + B \cdot (8) + \overline{B} \cdot (8) + B \cdot (4) + B \cdot (12) + \overline{B} \cdot (12)$$

In runden Klammern stehende Zahlen sind die Kurzbezeichnungen der Zustände, das B bzw. $\overline{B}$ wählt das obere bzw. untere 16er-Feld aus.



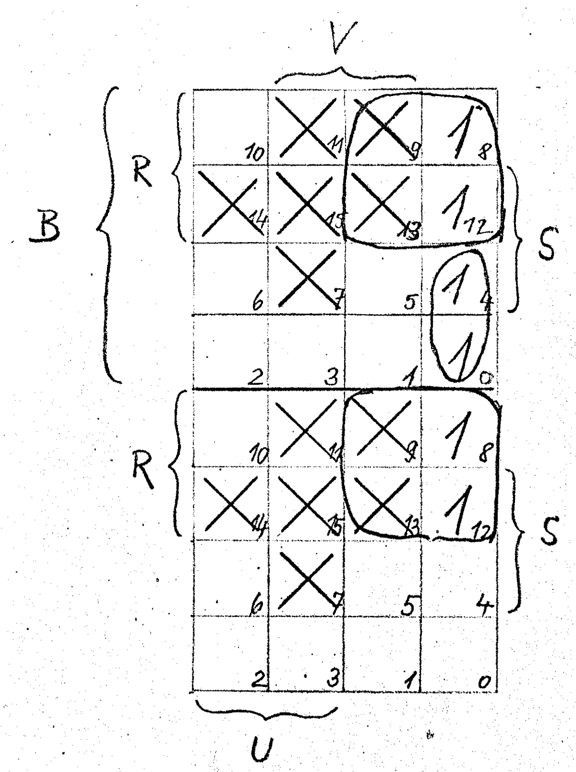
Den übrigen 4 Variablen R, S, U, V werden (in der Tabelle) in dieser Reihenfolge Gewichte 8, 4, 2, 1 zugeordnet, so daß jeder Zustand durch eine Dezimalzahl 0 ... 15 bezeichnet und in die Felder des KV-Diagramms eingetragen werden kann.

Für alle KV-Diagramme gilt, daß in die Felder mit den Nummern (7), (9), (13), (11), (14) und (15) das Zeichen X (beliebiger Wert 1 oder 0) eingetragen werden kann, entsprechend den 12 redundanten Zuständen.

Für die Variable R erhält man somit folgende Gleichung:

$$R^{+} = B \cdot (0) + B \cdot (8) + \overline{B} \cdot (8) + B \cdot (4) + B \cdot (12) + \overline{B} \cdot (12)$$

In runden Klammern stehende Zahlen sind die Kurzbezeichnungen der Zustände, das B bzw. $\overline{B}$ wählt das obere bzw. untere 16er-Feld aus.



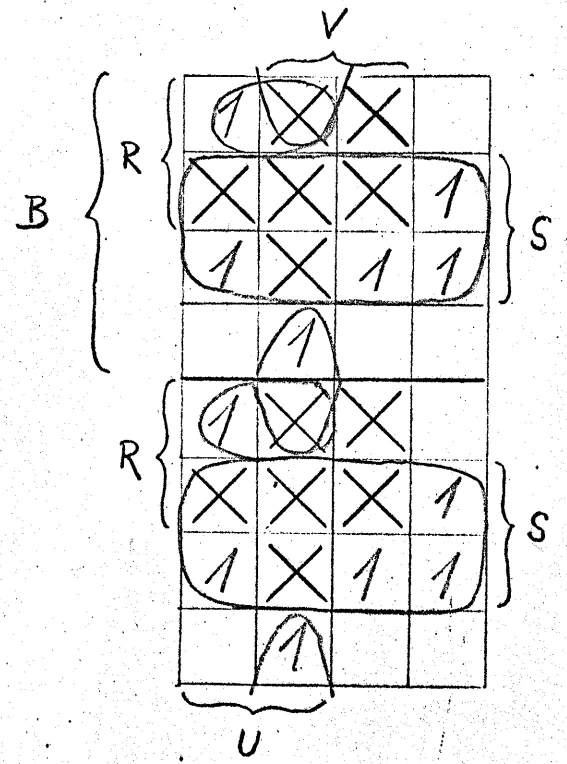
$$\underline{R^{+} = \overline{R} \cdot \left(B \cdot \overline{U} \cdot \overline{V}\right) \quad + R \cdot \left(\ \overline{U}\ \right)}$$

Daraus folgt für die Steuereingänge R und S des Flip-Flop R nach Gleichung (3) und (4):

$$\boxed{S_R = B \cdot \overline{U} \cdot \overline{V}}$$

$$\boxed{R_R = U}$$

$$S^{+} = (3) + (10) + \quad \cdot (4) + (12) + (6) + (5)$$

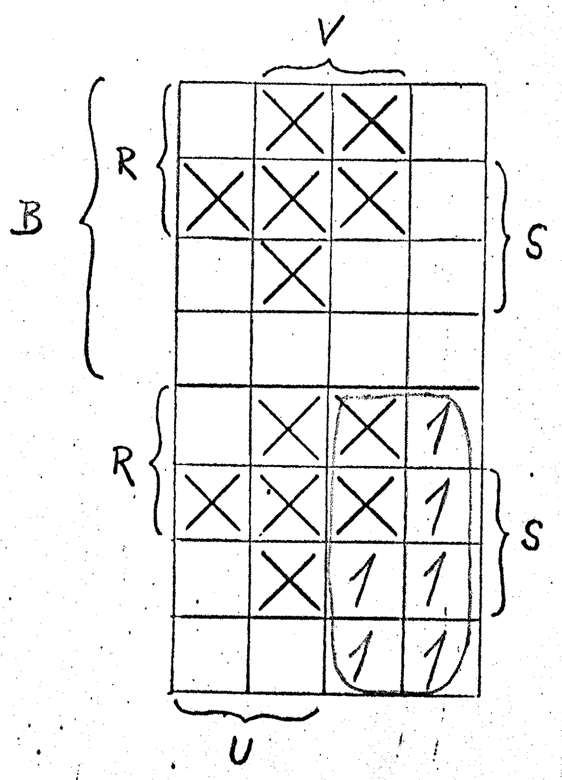



$$\underline{S^{+} = \overline{S} \cdot \left(R \cdot U + U \cdot V\right) \quad + S \cdot \left(1\right)}$$

$$\boxed{S_S = R \cdot U + U \cdot V}$$

$$\boxed{R_S = 0}$$

$$U^{+} = \overline{B}\cdot(0) + \overline{B}\cdot(1) + \overline{B}\cdot(8) + \overline{B}\cdot(12) + \overline{B}\cdot(4) + \overline{B}\cdot(5)$$

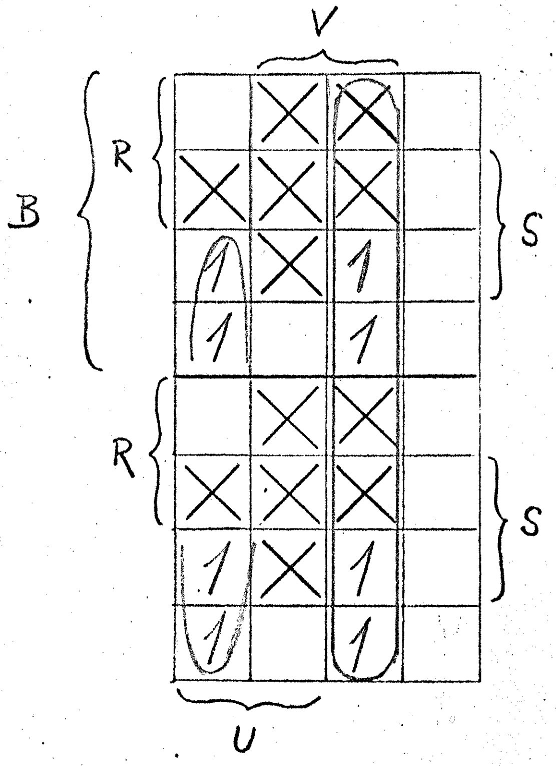



$$\underline{U^{+} = \overline{U}\cdot(\overline{B}) + U\cdot(0)}$$

$$\boxed{S_u = \overline{B}}$$

$$\boxed{R_u = 1}$$

$V^{+} = (2) + (1) + (6) + (5)$




$$\underline{V^{+} = \overline{V} \bullet \left(\overline{R} \bullet U\right) + V \bullet \left(\overline{U}\right)}$$

$$\boxed{S_V = \overline{R} \cdot U}$$

$$\boxed{R_V = U}$$

Die Ansteuerung des Vorzeichens der Parameteränderung ( $\Delta X = 1$ bedeute: positives Vorzeichen) muß, wie in der Beschreibung der Aufgabe bereits erwähnt, durch die Funktion

$$\Delta X = U \not\equiv V = U \bullet \overline{V} + \overline{U} \bullet V$$

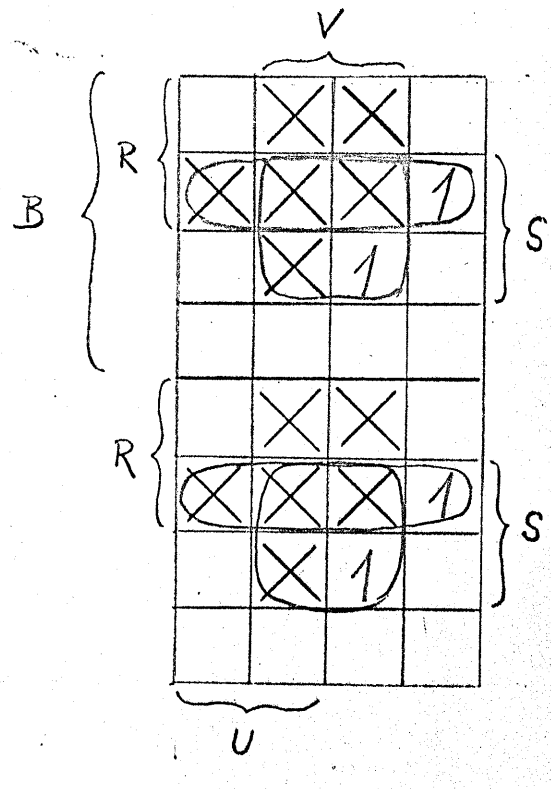
realisiert werden.

Die kleinere Schrittweite $S_2$ wird direkt vom Flip-Flop S gesteuert.

Aus dem Übergangsdiagramm ist zu entnehmen, daß ein Signal STOP (für Halt) zu erzeugen ist, wenn der letzte Optimierungsschritt mit kleiner Schrittweite eine Verschlechterung des Kriteriums B gebracht hatte und deshalb dieser letzte Schritt zurück gesetzt wurde. Mit STOP wird deshalb ein Flip-Flop H gesetzt, das mit seinem Ausgang $\overline{H}$ direkt die Haltsteuerbuchse "Ha" des Rechners aktivieren kann.

$$STOP = R \cdot S \cdot U \cdot \overline{V} + \overline{R} \cdot S \cdot U \cdot V$$

$$H^+ = (12) + (5)$$




$$\boxed{H^+ = R \cdot S + S \cdot V = S_H}$$

Es genügt, den Setzeingang des H-FF zu beschalten, da die Rücksetzung automatisch erfolgt.

Um einen Überblick über die Steuersignale für die einzeln gesteuerten Speicher des Analogprogrammteils zur Berechnung des Kriteriums B zu gewinnen, sind in (Bild 4 ) die zeitlichen Vorgänge bei den einzelnen Speichern kurz aufgeführt. Es ergibt sich daraus, daß am Ende der Rechenzeit an den Speichern die gewünschten Vergleichswerte anstehen und damit das Kriterium B als Steuergröße für das Schaltwerk gewonnen wird. Demzufolge muß zu diesem Zeitpunkt das Schaltwerk getaktet werden.

Soll der Optimierungsvorgang selbsttätig ständig von neuem beginnen, muß folgende Steuerung des Rechners vorbereitet werden:

1. Das Signal H wird mit einem Zeitglied Z 1 verzögert. Das verzögerte und invertierte H-Signal wird zur Aktivierung des Zustandes "Pause" über die Buchse "Pa" am Rechner verwendet.

2. Nach nochmaliger Verzögerung mit einem Zeitglied Z 2 bewirkt das H-Signal, an die Buchse "Lö" des DEX 102 gelegt, das Löschen sämtlicher Flip-Flops. Damit werden Halt-und Pausenzustand aufgehoben, so daß der Optimierungsprozeß von neuem beginnt. Z 1 bestimmt die Haltephase, Z2 die Pausenzeit, während der alle Speicher den ersten Anfangswert $\pm X_0$ bzw Q ($\pm X_0$) aufnehmen können. Dazu werden die R-Buchsen der normalen Speicher mit dem Ausgang Z 1 verbunden (s. Analogprogramm). Disjunktive Verknüpfungen von Z 2 und Z1mit dem Signal "PT" (Pausentaste gedrückt) erlauben die Normierung der Flip-Flops und die Anfangswertaufnahme bei gedrückter Pausentaste.

Die Schaltungen für Analog- und Digitalprogrammteil zeigen (Bild 5 ) und Bild 6 ).

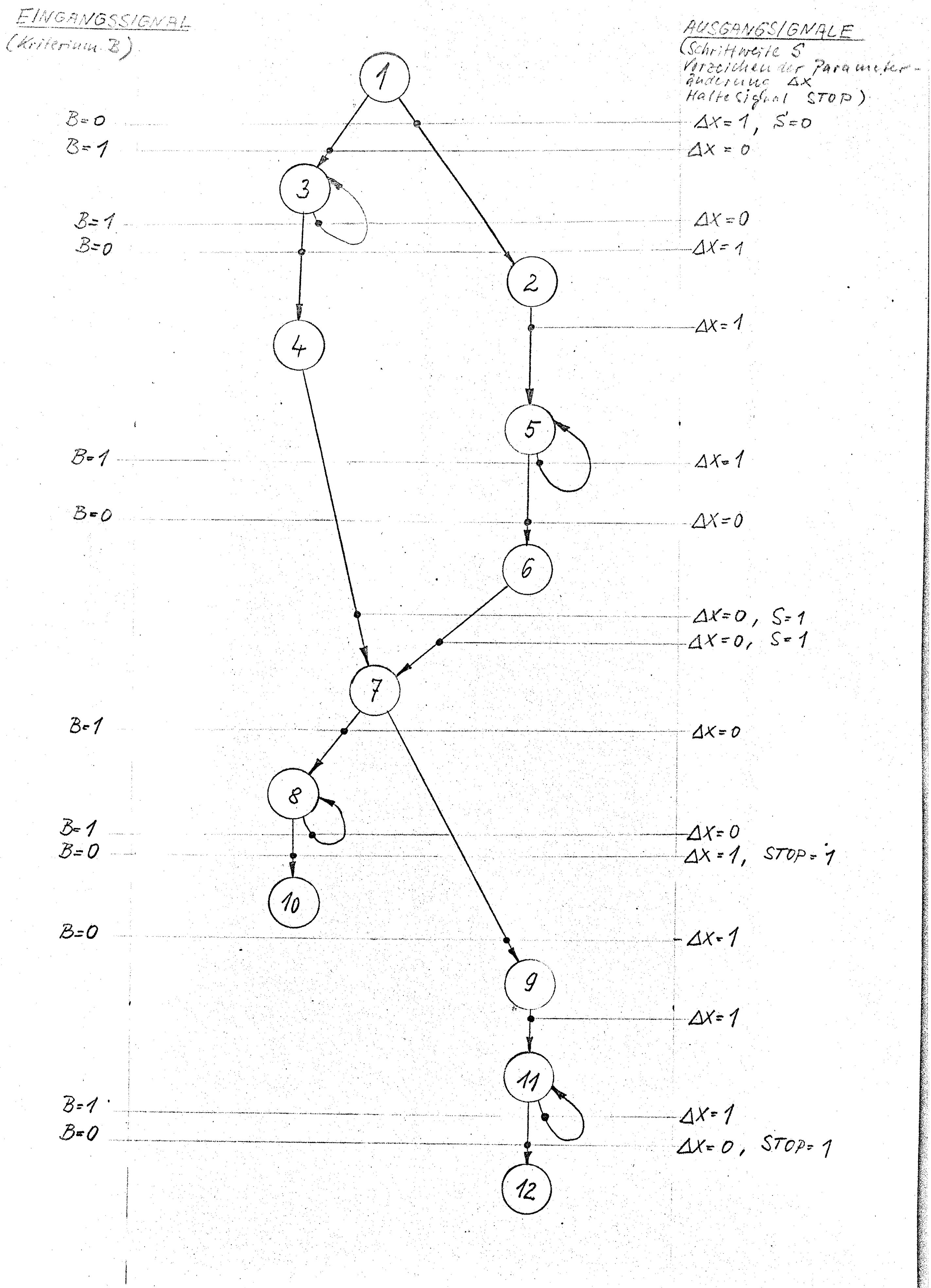
## Bild 1: DEFINITION DER ZUSTÄNDE

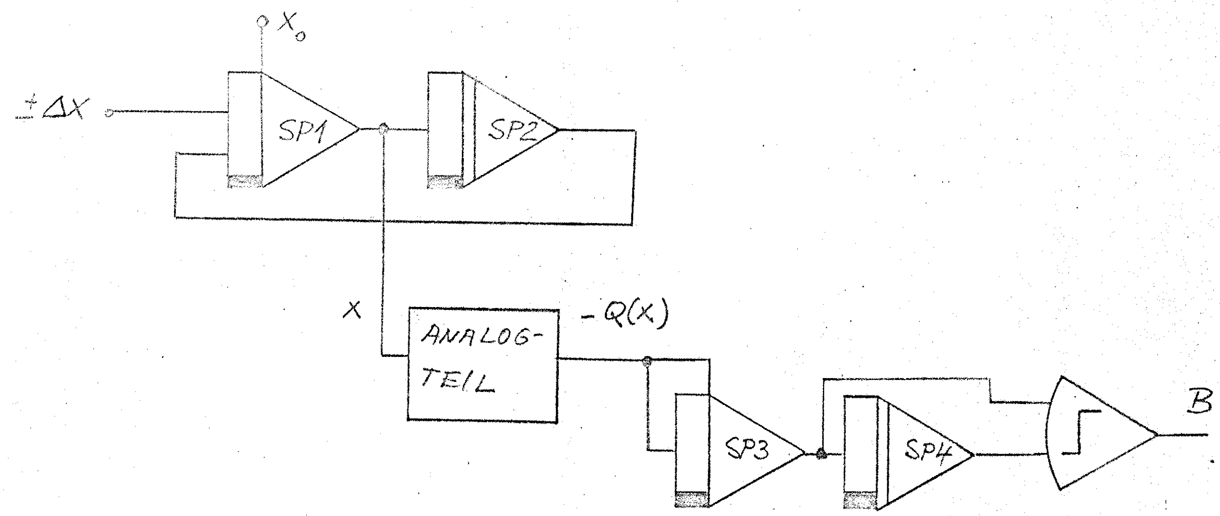
| Nr. | R | S | U | V |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 6 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 7 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 8 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 9 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 10 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 11 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 12 | 0 | 1 | 1 | 1 |

## Bild 3: ÜBERGANGSGLEICHUNGEN FÜR DIE FLIP-FLOPS

| Eingangskombinationen | | | | | $^{+}$= FF-Zustand nach Takt | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| B | R | S | U | V | $R^{+}$ | $S^{+}$ | $U^{+}$ | $V^{+}$ | Zustands-Nr. | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 | |
| X | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 5 | |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 5 | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 6 | |
| X | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 7 | |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 3 | |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 3 | |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 4 | |
| X | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 7 | |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 8 | |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 8 | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 10 | STOP |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 9 | |
| X | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 11 | |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 11 | |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 12 | STOP |
| X | 0 | 1 | 1 | 1 | X | X | X | X | Redundante Zustände, benutzt zur Vereinfachung | |
| X | 1 | 0 | 0 | 1 | X | X | X | X | | |
| X | 1 | 0 | 1 | 1 | X | X | X | X | | |
| X | 1 | 1 | 0 | 1 | X | X | X | X | | |
| X | 1 | 1 | 1 | 0 | X | X | X | X | | |
| X | 1 | 1 | 1 | 1 | X | X | X | X | | |

Bild 2: ÜBERGANGSDIAGRAMM FÜR FLIP-FLOP-ZUSTÄNDE






| | Rechenzustand | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Speicher | Pausentaste gedrückt | Rechnen | Pause | Rechnen | Pause |
| SP 1 | Anfangswert $x_0$ wird aufgenommen<br>(*) $x = -x_0$ | folgt den anstehenden Größen $x_0$ und x:<br>(*) $x = -(x_0 \pm \Delta x)$ | hält den anstehenden Wert<br>(*) $X = -(x_0 \pm \Delta x)$ | folgt<br>(*) $X = -(x_0 \pm 2\Delta x)$ | hält<br>(*) $X = -(x_0 \pm 2\Delta x)$ |
| SP 2 | folgt SP 1 Anfangswert $x_0$ wird aufgenommen:<br>(*) $x_0$ | hält seinen Wert<br>(*) $x_0$ | folgt den anliegenden Größen<br>(*) $(x_0 \pm \Delta x)$ | hält<br>(*) $(x_0 \pm \Delta x)$ | folgt<br>(*) $(x_0 \pm 2\Delta x)$ |
| SP 3 | nimmt als Anfangswert Q $(x_0)$ auf:<br>(*) $+Q(x_0)$ | folgt der Eingangsgröße<br>(*) $\boxed{Q(x_0 \pm \Delta x)}$ | hält den anliegenden Wert<br>(*) $Q(x_0 \pm \Delta x)$ | folgt<br>(*) $\boxed{Q(x_0 \pm 2\Delta x)}$ | hält<br>(*) $Q(x_0 \pm 2\Delta x)$ |
| SP 4 | folgt SP 3 Q $(x_0)$ wird aufgenommen:<br>(*) $-Q(x_0)$ | hält alten Wert<br>(*) $\boxed{-Q(x_0)}$ | folgt der anliegenden Größe<br>(*) $-Q(x_0 \pm \Delta x)$ | hält<br>(*) $\boxed{-Q(x_0 \pm \Delta x)}$ | folgt<br>(*) $-Q(x_0 \pm 2\Delta x)$ |
| | | | 1) | | 1) |

1) Am Ende des Zustandes "Rechnen" stehen an den Speichern 3 und 4 die eingerahmten Werte an, so daß das digitale Steuerwerk mit dem daraus abgeleiteten Signal B gesteuert werden kann.

Die mit (*) bezeichneten Größen geben die analogen Werte aller Speicher am Ende des jeweiligen Rechenzustandes an.

Bild 4: ZEITLICHER ABLAUF DER SPEICHERZUSTÄNDE

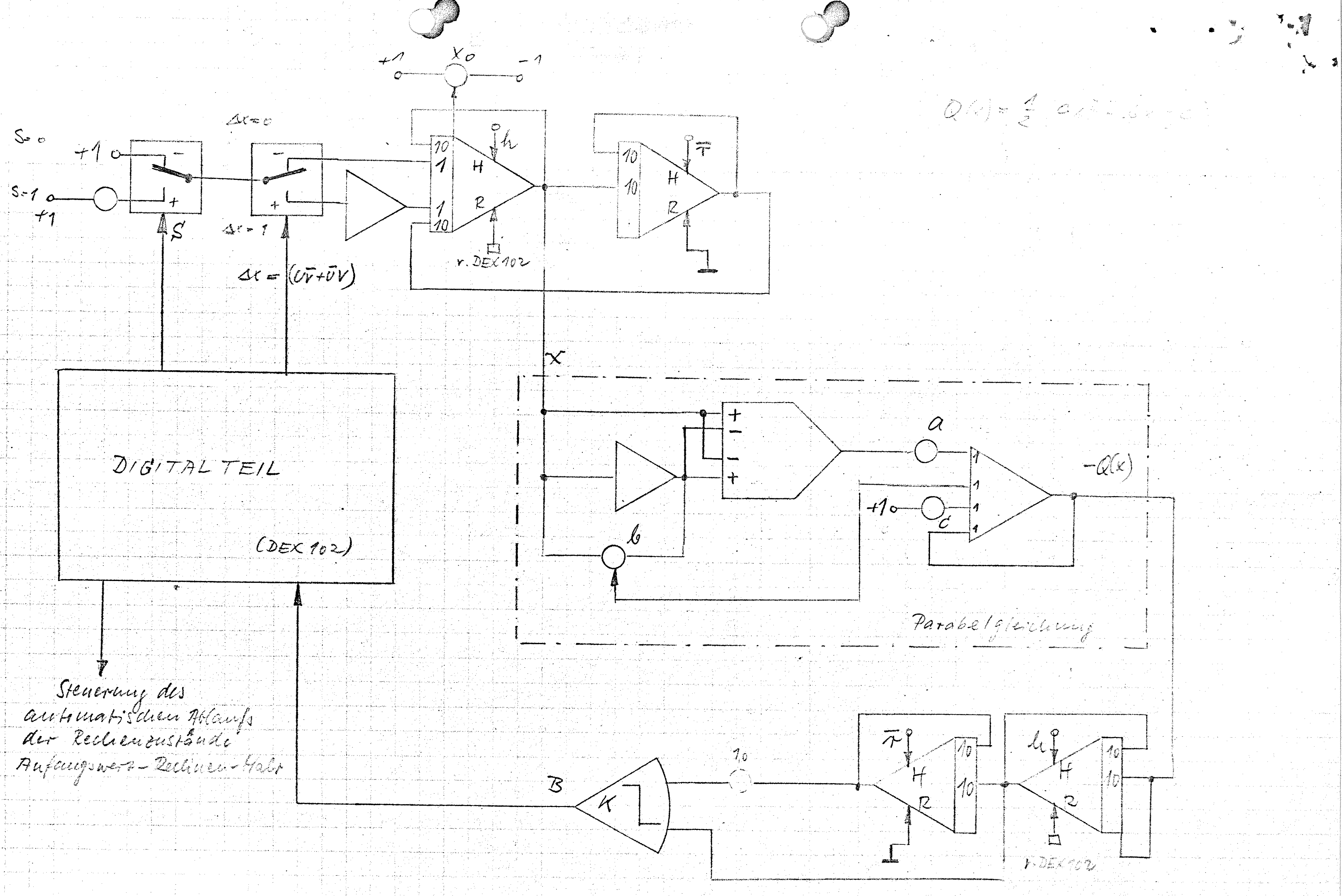



Bild 5: ANALOGPROGRAMM FÜR OPTIMIERUNGSAUFGABE (Schaltung am RA 742 + DEX 102)

Bild 6: DIGITALPROGRAMM FÜR OPTIMIERUNGSAUFGABE